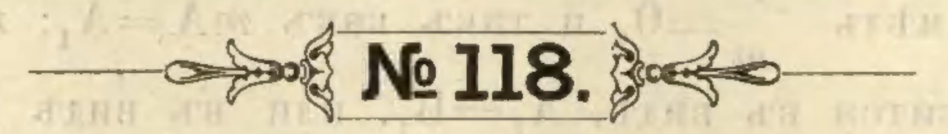
ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ и ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.



№ 118.

X Сем. 15 Апрѣля 1891 г. № 10.

ИЗЪ ОБЛАСТИ ЭЛЕМЕНТАРНОЙ АЛГЕБРЫ.

Къ вопросу о рѣшеніи уравненій, содержащихъ неизвѣстное въ знаменателяхъ дробныхъ членовъ.

Одна изъ теоремъ, на которыхъ основано рѣшеніе уравненій, выражается такъ: „если обѣ части уравненія умножить или раздѣлить на одно и то же количество, отличное отъ нуля, и не содержащее неизвѣстнаго, то получится уравненіе однозначащее съ даннымъ". Къ этой теоремѣ въ курсахъ алгебры дѣлается примѣчаніе, въ которомъ разъясняется, что если обѣ части уравненія умножить, или раздѣлить на количество, зависящее отъ неизвѣстнаго, то полученное уравненіе не будетъ однозначащимъ съ даннымъ, и будетъ содержать или лишніе корни сравнительно съ даннымъ, или меньшее число корней; далѣе выясняется нахожденіе пропавшихъ корней и полученіе лишнихъ; именно для этого приравнивается нулю, то количество, на которое множители, или дѣлили данное уравненіе и рѣшается полученное такимъ образомъ уравненіе. Къ сказанному относительно умноженія обѣихъ частей уравненія на множителя, содержащаго неизвѣстное, присоединяютъ замѣчаніе о случаѣ умноженія уравненія на наим. кратное знаменателей дробей, содержащихъ въ знаменателѣ неизвѣстное, вслѣдствіе каковаго умноженія получается уравненіе однозначное съ даннымъ, что и доказывается. Однако это замѣчаніе нельзя признать за вѣрное, а равно и доказательство его, приводимое во многихъ руководствахъ алгебры, такъ какъ обыкновенно приводимое доказательство основано на приписываніи наим. кратному того свойства, котораго оно не имѣетъ.

Цѣль нашей статьи заключается въ томъ, чтобы указать въ чемъ состоитъ неудовлетворительное разсмотрѣніе вопроса, о рѣшеніи уравненій, содержащихъ неизвѣстное въ знаменателѣ дробей, въ нашихъ руководствахъ по алгебрѣ, и затѣмъ привести правильное рѣшеніе того же вопроса, въ виду его важности, и возникающихъ по поводу его недоразумѣній у учащихся.

Приведемъ выписку изъ § 20, алгебры Давидова, изд. 11-е „Пусть будетъ A=B (1) данное уравненіе, гдѣ A и B означаютъ какія нибудь выраженія, содержащія неизвѣстное, и положимъ, что m есть наим. кратное выраженіе всѣхъ знаменателей. Помножимъ обѣ части на m, находимъ mA=mB (2). Требуется доказть тождественность (1) и (2) урав-

ненiй. Для этого, приведя всѣ члены уравненiя (1) къ общему знаменателю m, положимъ, что находимъ: $A=\frac{A_1}{m}$ и $B=\frac{B_1}{m}$, такъ что уравненiе (1) приметъ видъ: $\frac{A_1}{m}=\frac{B_1}{m}$, или означивъ разность A_1-B_1 черезъ P, будемъ имѣть $\frac{P}{m}=0$, и такъ какъ $mA=A_1$; $mB=B_1$, то уравненiе (2) представится въ видѣ. $A_1=B_1$, или въ видѣ $P=0$. Вслѣдствiе свойства наим. кратнаго m выраженiе $\frac{P}{m}$ представитъ несократимую дробь, т. е. числитель и знаменатель ея не будутъ имѣть общихъ множителей"; изъ этого дальше выводится заключенiе, что величины неизвѣстнаго, обращающiя m въ нуль, не могутъ обратить P въ нуль, и наконецъ заключенiе, о тождественности (1) со (2) уравненiй.

Ошибочность приведеннаго доказательства заключается въ томъ, что изъ того, что m есть наим. кратное знаменателей всѣхъ дробей, входящихъ въ уравненiе, сдѣлано ложное заключенiе о несократимости дроби $\frac{P}{m}$, ибо можетъ случиться, что числитель P разложится на множителей, изъ числа которыхъ встрѣтятся общiе съ множителями знаменателя m. Возьмемъ такое уравненiе:

$$(1) \qquad \frac{3x^2+2}{x^2-1}+\frac{2(x-2)}{x+2}=\frac{5(x^2-x-1)}{x^2-1};$$

перенеся всѣ члены въ 1-ю часть, приведя дроби къ общему знаменателю, представляющему наим. кратное всѣхъ знаменателей, и соединяя всѣ дроби въ одну, получимъ:

$$(2) \qquad \frac{3(x^2-5x-6)}{(x^2-1)(x+2)}=0.$$

Первая часть уравненiя (2) представляетъ дробь сократимую, не смотря на то, что $(x^2-1)(x+2)$ служитъ наим. кратнымъ для всѣхъ знаменателей; величина $x=-1$, обращающая знаменатель въ нуль, обращаетъ и числитель въ нуль, ибо $x^2-5x-6=(x-6)(x+1)$. Ошибочно было бы сказать, что уравненiе (2), по умноженiи на наим. кратное $(x^2-1)(x+2)$, дастъ уравненiе однозначащее съ (1); отъ подобнаго рода умноженiя получится уравненiе: $3(x^2-5x-6)=0$, дающiе два корня $x_1=6$; $x_2=-1$, изъ нихъ данному уравненiю удовлетворяетъ только $x_1=6$.

Необходимо выяснить учащимся, что $x=-1$, *повидимому* обращаетъ данное уравненiе тоже въ тождество, такъ какъ обѣ части его дѣлаются равными ∞; но какъ слѣдуетъ понимать $\infty=\infty$, равенство, не имѣющее смысла само по себѣ? Въ какомъ случаѣ это равенство принимается въ математикѣ за тождество? Именно важно выяснить, что о тождественности обѣихъ частей даннаго уравненiя, обращающихся въ ∞, можно заключить тогда, когда обѣ части уравненiя, увеличиваясь

безпредѣльно, безгранично приближаются къ равенству между собою, т. е. когда разность между обѣими частями уравненія безпредѣльно уменьшается. Разность между обѣими частями даннаго уравненія есть:

$$\frac{3(x-6)}{(x-1)(x+2)},$$

и при $x=-1$ обращается въ $10^1/_2$.

Обратимся теперь къ „Курсу алгебры, составленному Ев. Гуторомъ. Воронежъ 1878 г." Въ параг. 150-мъ „Посторонния рѣшенія" на стр. 104-й сдѣлана такая выноска: „полезно замѣтить, что умноженіе обѣихъ частей уравненія на наим. кратное всѣхъ знаменателей вообще не вводитъ постороннихъ рѣшеній, о чемъ подробнѣе будетъ сказано въ одной изъ послѣдующихъ главъ". Въ главѣ XXVII въ параг. 347, подъ заглавіемъ: „Замѣчаніе", выясняется на примѣрѣ этотъ вопросъ. Берется такой примѣръ:

$$(1)\qquad \frac{x+1}{6x^2+7x-3}-\frac{x-2}{10x^2+27x+18}+\frac{1-x}{15x^2+13x-16}=0.$$

По разложеніи знаменателей на множители, получается:

$$(2)\qquad \frac{x+1}{(3x-1)(2x+3)}-\frac{x-2}{(5x+6)(2x+3)}+\frac{1-x}{(3x-1)(5x+6)}=0;$$

по приведеніи къ одному знаменателю:

$$(3)\ \frac{(5x+6)(x+1)-(3x-1)(x-2)+(2x+3)(1-x)}{(3x-1)(2x+3)(5x+6)}=0, \text{ или } \frac{P}{m}=0,$$

гдѣ черезъ P обозначенъ числитель 1-й части уравненія (3), черезъ m общій знаменатель. По умноженіи обѣихъ частей уравненія (3) на m, получается:

$$(4)\qquad (5x+6)(x+1)-(3x-1)(x-2)+(2x+3)(1-x)=0,$$

или $P=0$, уравненіе одноначащее съ даннымъ, что объясняется авторомъ такъ: „при приведеніи дробныхъ членовъ уравненія (2) къ общему знаменателю, мы каждаго изъ нихъ умножаемъ на разныхъ производителей наименьшаго кратнаго m, поэтому числитель и знаменатель дроби $\frac{P}{m}$ не будутъ имѣть общихъ множителей. А потому тѣ изъ величинъ x, которыя обращаютъ въ нуль знаменателя m, не могутъ обратить въ нуль числителя P. Итакъ, тѣ величины неизвѣстнаго, которыя обращаютъ въ нуль m, не будутъ удовлетворять уравненію $P=0$, или (4)-му. Слѣдов. умноженіе обѣихъ частей уравненія (3), или одинаковаго съ нимъ урав-

ненія (1) на наим. кратное всѣхъ знаменателей не вводитъ посторонних рѣшеній".

Изъ того, что числитель и знаменатель каждаго изъ дробныхъ членовъ уравненія (1) умножается на разныхъ производителей наим. кратнаго, нельзя вообще заключать, что числитель и знаменатель дроби $\frac{P}{m}$ не будутъ имѣть общихъ производителей; справедливое для взятаго и нѣкоторыхъ другихъ примѣровъ, можетъ быть не справедливымъ вообще, что нами и выяснено на раньше приведенномъ примѣрѣ.

Подобное приведеннымъ разсмотрѣніе того же вопроса, находимъ и во многихъ другихъ курсахъ алгебры; въ нѣкоторыхъ же курсахъ алгебры свойства тождественныхъ равенствъ, считаемыя за очевидныя, относятся и къ уравненіямъ, и принимаются очевидными; напр. въ алгебрѣ г.г. Малинина и Буренина, а также г. Сомова. Не можемъ не указать на весьма хорошій учебникъ элементарной алгебры, составл. А. Кисилевымъ Москва 1888 г., въ которомъ весьма обстоятельно со всею подробностію разсмотрѣна статья о рѣшеніи уравненій, что составляетъ особенное достоинство этого учебника. Этотъ же вопросъ правильно изложенъ въ алгебраическомъ задачникѣ г.г. Шапошникова и Вальцева, задачникѣ, кстати сказать, весьма хорошемъ, систематически составленномъ, и снабженномъ весьма цѣнными замѣчаніями, придающими названной книгѣ видъ ключа-задачника. Въ упомянутомъ задачникѣ на стр. 147, въ параграфѣ: „Дополнительныя замѣчанія о рѣшеніи уравненій", сказано: „уравненіе можно умножить на множителя, содержащаго неизвѣстное, только въ томъ случаѣ, когда этотъ множитель входитъ въ знаменатель дроби, получившейся отъ соединенія дробей, входящихъ въ уравненіе, въ одну дробь, и послѣ окончательнаго сокращенія этой послѣдней". Нѣсколько дальше говорится: „окончательную дробь необходимо сократить раньше уничтоженія ея знаменателя, чтобы не внести въ уравненіе посторонняго ему корня". Все дѣло именно и состоитъ въ томъ, что необходимо нужно умножать обѣ части уравненія, содержащаго неизвѣстное въ знаменателѣ дробей, на знаменателя окончательно получившейся дроби, послѣ перенесенія всѣхъ членовъ уравненія въ 1-ю часть, и представленія 1-й части уравненія въ видѣ сокращенной дроби, тогда полученное уравненіе не будетъ имѣть постороннихъ корней противъ даннаго.

Необходимо сдѣлать для полноты рѣшенія вопроса еще одно важное замѣчаніе. Пусть $\frac{P}{m}=0$ уравненіе, въ которое обратилось первоначальное, по совершеніи всѣхъ возможныхъ упрощеній; при чемъ знаменатель m содержитъ неизвѣстное; можетъ случиться, что дробь $\frac{P}{m}$ будетъ равна нулю еще и при значеніи $x=\infty$, обращающаго m въ ∞, и какъ притомъ же значеніи неизвѣстнаго и $P=\infty$, ибо P предполагается цѣлой функціей относительно $x-a$, то $\frac{P}{m}$ принимаетъ видъ $\frac{\infty}{\infty}$. Раскрывая истинный смыслъ этого выраженія увидимъ, что въ нѣкоторыхъ случаяхъ оно можетъ равняться нулю, а въ другихъ не можетъ.

Значенiе неизвѣстнаго равное ∞, при которомъ $\frac{P}{m}=0$, будетъ конечно тоже корнемъ первоначальнаго уравненiя $\frac{P}{m}=0$. Чтобы лучше выяснить, когда собственно дробь $\frac{P}{m}$, представляющая 1-ю часть уравненiя, и обращающаяся при $x=\infty$, въ неопредѣленное выраженiе $\frac{\infty}{\infty}$, будетъ равна нулю, разсмотримъ примѣры.

Пусть данное уравненiе принимаетъ видъ:

$$\frac{x^2-2x+3}{x^3-5x^2-2x+1}=0,$$

при $x=\infty$ 1-я часть уравненiя принимаетъ видъ $\frac{\infty}{\infty}$, неопредѣленнаго выраженiя; для раскрытiя истиннаго значенiя этой неопредѣленности, раздѣлимъ числителя и знаменателя дроби на x^2, получимъ:

$$\frac{1-\frac{2}{x}+\frac{3}{x^2}}{x-5-\frac{2}{x}+\frac{1}{x^2}}=0,$$

положивъ $x=\infty$, получимъ тождество:

$$0=0.$$

Изъ этого примѣра усматриваемъ: „когда степень знаменателя выше степени числителя, то уравненiе $\frac{P}{m}$ сверхъ корней уравненiя $P=0$, имѣетъ еще особый корень $x=\infty$“. Этотъ корень въ нѣкоторыхъ случаяхъ даетъ опредѣленный отвѣтъ на вопросъ задачи, изъ которой составлено уравненiе.

Пусть степень знаменателя будетъ не выше степени числителя; напримѣръ

$$\frac{x^3-2x^2-x+1}{2x^3+x^2-2x+3}=0;$$

раздѣливши числителя и знаменателя на x^3, и полагая $x=\infty$, легко убѣдимся, что не получимъ тождества. Послѣ высказаннаго можно такъ формулировать рѣшенiе вопроса объ освобожденiи уравненiя, содержащаго неизвѣстное въ знаменателѣ, отъ знаменатилей, и вообще правило рѣшенiя уравненiя, содержащаго неизвѣстное въ знаменателѣ дробныхъ членовъ:

Чтобы рѣшить уравненiе, содержащее неизвѣстное въ знаменателѣ, должно перенести всѣ члены въ одну часть уравненiя, соединить эти члены

въ одну дробь, которую вполнѣ сократить, и затѣмъ, отбросивъ знаменателя, рѣшить полученное уравненіе, при чемъ принять во вниманіе, что если степень знаменателя у сокращенной дроби была выше степени числителя, то данное уравненіе имѣетъ еще и особый корень $x=\infty$.

В. Шидловскій (Полоцкъ).

ОПЫТЫ ГЕРЦА.

(*Продолженіе*) *).

О распространеніи электрическихъ волнъ въ проволокахъ.

Если нѣкоторый постоянный по величинѣ и направленію токъ течетъ въ цилиндрической проволокѣ, то напряженіе его будетъ одинаково для всѣхъ элементовъ площади поперечнаго сѣченія проволоки.

Если токъ мѣняется, то вслѣдствіе самоиндукціи происходитъ уклоненіе отъ такого распредѣленія тока: въ элементахъ площади поперечнаго сѣченія проволоки, лежащихъ ближе къ центру, напряженіе тока оказывается слабѣе, чѣмъ для элементовъ, лежащихъ дальше отъ него. Причина этого по общепринятому объясненію лежитъ въ томъ, что дѣйствіе индукціи на внутреннія части проволоки сильнѣе, чѣмъ на внѣшнія, слѣдовательно, наведенный токъ во внутреннихъ частяхъ будетъ сильнѣе, чѣмъ во внѣшнихъ. Если это такъ, то наводящій и наведенный токи дадутъ совмѣстно токъ во внутреннихъ частяхъ болѣе слабый, чѣмъ во внѣшнихъ.

Чѣмъ быстрѣе измѣненія тока въ проволокѣ, тѣмъ сильнѣе будетъ отклоненіе отъ нормальнаго распредѣленія тока. При весьма быстрыхъ измѣненіяхъ направленія тока, вся внутренняя часть проволоки, при такомъ представленіи явленія, окажется свободной отъ тока, который будетъ идти только по поверхности. Такое представленіе явленія, говоритъ Герцъ, менѣе справедливо, чѣмъ представленіе, выведенное впервые Heaviside'омъ **) и Pointing'омъ ***), какъ слѣдствіе, вытекающее изъ уравненій Maxwell'я, примѣненныхъ къ данному случаю.

По ихъ объясненію электрическая сила, производящая токъ, распространяется вообще не въ самой проволокѣ, но входитъ въ нее извнѣ и распространяется въ металлѣ сравнительно медленно. Поэтому, если направленіе этой силы весьма быстро мѣняется, то дѣйствіе ея не успѣваетъ распространиться на значительную глубину и произвести электрическія перемѣщенія по всей толщинѣ проволоки, вслѣдствіе чего, токъ будетъ имѣть мѣсто только въ поверхностномъ слоѣ проволоки. Чѣмъ медленнѣе колебанія силы, тѣмъ глубина этого слоя будетъ больше. Наконецъ при сравнительно медленныхъ колебаніяхъ силы, токъ будетъ выполнять проволоку по всей ея толщинѣ.

---

*) См. „Вѣстникъ“ № 112 и 117.

**) Жур. Физ. Хим. Общ. Т. 23. Вып. 2 и 3, стр. 32. 1891 г.

***) Phil. Trans. II p. 277. 1885.

Опытному подтвержденію воззрѣнія Heaviside'a и Pointing'а и посвящена работа Герца, опубликованная въ іюнѣ 1889 г. *).

Приборы и пріемы для возбужденія и воспринятія электрическихъ колебаній были описанные раньше: катушка Румкорфа, первичный проводникъ съ металлическими листами и круглый вторичный проводникъ.

Когда первичный проводникъ дѣйствуетъ на вторичный, то, очевидно, это дѣйствіе приходитъ къ послѣднему извнѣ, распространяясь отъ одной точки промежуточнаго пространства къ другой, и достигаетъ верхнихъ слоевъ проводника раньше, чѣмъ внутреннихъ.

Если помѣстить вторичный проводникъ въ замкнутый металлическій сосудъ, то оказывается, какъ убѣдился Герцъ, что металлическія стѣнки сосуда являются непроницаемыми для электрической силы, долженствующей произвести колебанія во вторичномъ проводникѣ.

Это слѣдуетъ изъ того, что до помѣщенія проводника въ металлическую оболочку искры въ немъ достигали по наблюденіямъ Герца 6 мм., а послѣ помѣщенія совршенно исчезали.

Однако при медленныхъ колебаніяхъ наводящаго (первичнаго) тока, какъ извѣстно, вліяніе индукціи на вторичный проводникъ вообще не равно нулю. Чтобы объяснить такую разницу въ явленіяхъ при весьма быстрыхъ и медленныхъ колебаніяхъ, достаточно продположить, что электрическая сила сравнительно медленно распространяется въ металлѣ, такъ что при весьма быстрыхъ колебаніяхъ она не успѣваетъ пройти черезъ достаточно толстую металлическую оболочку и подѣйствовать на вторичный проводникъ. При медленныхъ же колебаніяхъ тока, она имѣетъ для этого достаточно времени.

Исходя изъ этого, мы должны ожидать, что, уменьшая достаточно толщину стѣнокъ сосуда, мы достигнемъ того, что дѣйствіе электрической силы успѣетъ проникнуть черезъ нихъ до вторичнаго проводника и возбудить въ немъ электрическія колебанія.

Герцъ могъ располагать пластинками, для устройства ящика, не толще $^1/_{20}$ мм., но и онѣ оказались непроницаемыми, т. е. были все таки слишкомъ толсты, если наше предположеніе справедливо.

Чтобы убѣдиться, что на отсутствіе искръ не вліяетъ какая нибудь другая причина, Герцъ бралъ весьма тонкую металлическую трубку изогнутую въ видѣ круга и въ нее помѣщалъ вторичный проводникъ такъ, чтобы между нимъ и стѣнками трубки не было проводящаго соединенія. Между концами трубки былъ оставленъ небольшой прорывъ, въ которомъ при дѣйствіи катушки наблюдались искры столь же рѣзкія, какъ раньше въ открытомъ вторичномъ проводникѣ, между тѣмъ какъ теперь въ послѣднемъ искръ не было и слѣда.

Отсюда мы заключаемъ, что отсутствіе искръ въ проводникѣ дѣйствительно обусловливается заключеніемъ его въ металлическую оболочку, а не какими нибудь другими причинами; ибо теперь внѣшняя трубка представляетъ по существу такой же проводниаъ, какимъ былъ раньше кругъ, и въ ея прорывѣ мы замѣчаемъ искры.

Кромѣ того оказалось, что прикосновеніе вторичнаго проводника къ облегающей его трубкѣ не измѣняетъ явленія—искръ въ прорывѣ

*) Wied. An. B. 37, стр. 395.

перваго по прежнему не замѣчается. Если такъ, то мы можемъ представить себѣ оболочку трубки налегающей на вторичный проводникъ, другими словами, считать ее поверхностнымъ слоемъ проводника.

А въ такомъ случаѣ изъ этого опыта слѣдуетъ, что *при весьма быстрыхъ колебаніяхъ электрической силы (весьма быстрыхъ измѣненіяхъ направленія наводящаго тока) наведенный во вторичномъ проводникѣ токъ имѣетъ мѣсто только въ поверхностномъ его слоѣ.*

Спрашивается, будетъ ли явленіе имѣть тотъ же характеръ, если электрическое возбужденіе вторичнаго проводника будетъ распространяться не черезъ воздухъ, а по проволокѣ. Для рѣшенія этого вопроса Герцъ помѣстилъ подлѣ одной изъ пластинокъ первичнаго проводника вторую такую же, отъ которой шла проволока натянутая прямолинейно. По общепринятому воззрѣнію, электрическія перемѣщенія, начинаясь отъ пластинки, идутъ дальше въ проволокѣ по всей ея толщинѣ. Но изъ ниже описанныхъ опытовъ слѣдуетъ, что перемѣщеніе имѣетъ мѣсто только въ поверхностномъ слоѣ.

Какъ слѣдуетъ изъ раньше описанныхъ опытовъ, въ проволокѣ при дѣйствіи катушки получаются стоячія волны, длина которыхъ для даннаго случая была около 6 м.

Въ данномъ случаѣ электрическая сила, дойдя до пластинки, распространяется дальше уже въ проволокахъ и производитъ въ ней электрическія перемѣщенія.

Изъ этой проволоки былъ вырѣзанъ кусокъ въ 4 м. длиною и былъ замѣненъ двумя цинковыми пластинками такой же длины и въ 10 цм. ширины, налегавшими другъ на друга. Въ промежуточное пространство между этими пластинками, вдоль средней линіи пластинокъ были вставлены два куска изолированной гуттаперчей мѣдной проволоки, одни концы которыхъ были приведены въ металлическое сообщеніе съ концами пластинокъ; затѣмъ обѣ проволоки шли на встрѣчу другъ другу и и, дойдя до средины пластинокъ, выходили изъ промежуточнаго пространства, навиваясь одна на другую. Между выходяхими концами былъ оставленъ прорывъ.

Когда катушка была пущена въ дѣйствіе, то въ этомъ прорывѣ не было замѣтно и слѣда искръ. Отсутствіе искръ указываетъ на то, что во внутренней проволокѣ нѣтъ никакихъ электрическихъ перемѣщеній.

Когда же часть проволоки была выведена изъ промежуточнаго между пластинками пространства, то въ прорывѣ появлялись искры тѣмъ болѣе рѣзкія, чѣмъ большая часть проволоки была выведена.

Окружая затѣмъ выходящую часть проволоки станіолемъ, сообщеннымъ съ цинковыми пластинками, Герцъ наблюдалъ опять уничтоженіе искръ въ прорывѣ.

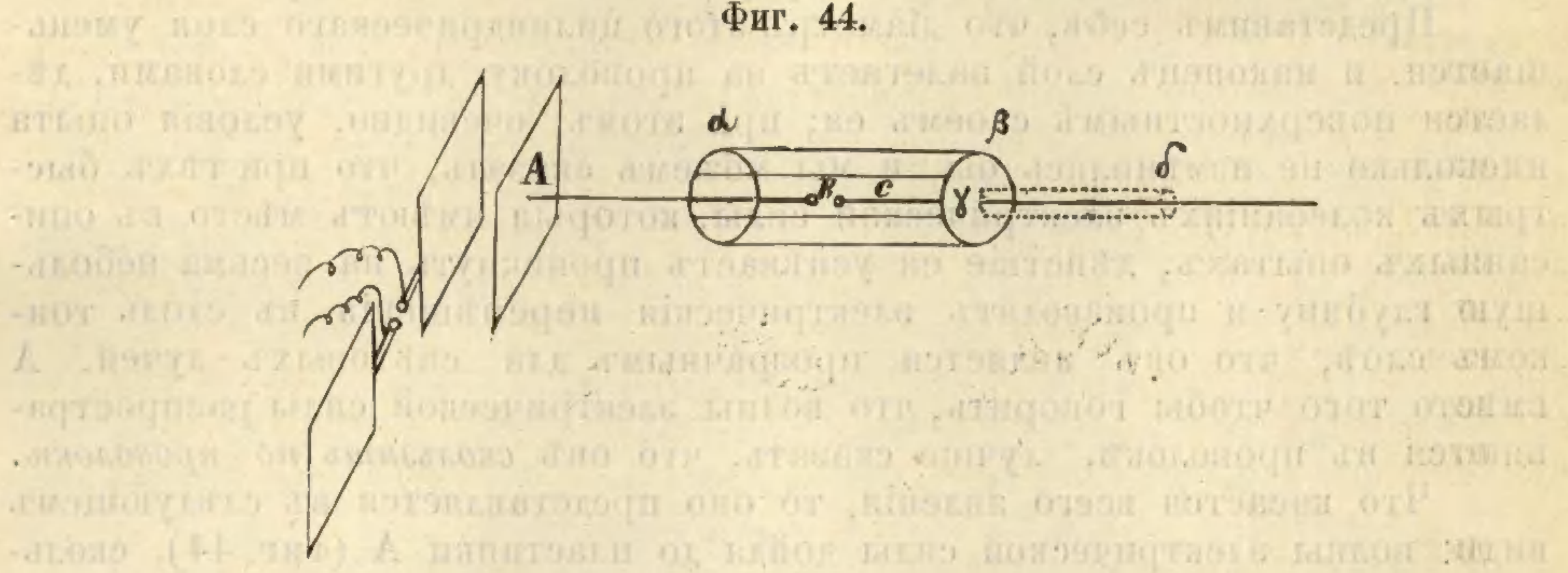
Разсматривая пластинки съ заключенной между ними проволокой, какъ одинъ проводникъ, мы заключаемъ изъ этого опыта, что и въ томъ случаѣ, когда сила, производящая перемѣщенія электрическія, распространенія повидимому въ проволокѣ, эти послѣднія имѣтъ мѣсто только въ поверхностномъ слоѣ проводника.

Для большей убѣдительности Герцемъ были произведены еще слѣдующіе опыты.

На мѣсто цинковыхъ пластинокъ былъ вставленъ кусокъ до 1,5 м.

длиною толстой мѣдной проволоки, имѣвшей по срединѣ прорывъ, а на концахъ снабженной круглыми металлическими пластинками 15 цм. въ діаметрѣ, такъ что расположеніе прибора имѣло видъ, представленный на чертежѣ (фиг. 44).

Фиг. 44.



Въ той и другой пластинкахъ было сдѣлано по 24 отверстія, расположенныхъ по окружности.

При дѣйствіи катушки въ прорывѣ наблюдались искры до 6 мм. длиною. Когда же между двумя симметричными отверстіями отъ одной до другой пластинки была натянута проволока, то искра уменьшалась до 3,2 мм. Замѣна этой проволоки болѣе толстыми или 24-мя такими же, вставленными въ *тѣ-же* два отверстія, не вліяла на величину искры. Введеніе же подобной проволоки во вторую пару отверстій уменьшало длину искры. Послѣ введенія проволокъ во всѣ 24 пары отверстій искра въ прорывѣ совсѣмъ исчезала.

Сопротивленіе внутренней толстой проволоки было *меньше* сопротивленія наружныхъ проволокъ; кромѣ того, когда между пластинками съ наружной стороны была укрѣплена проволока такая же, какъ внутри, то въ прорывѣ ея наблюдались весьма рѣзкія искры; поэтому причину отсутствія искръ внутри проволочнаго цилиндра нельзя искать въ сопротивленіи внутренней проволоки, охваченной имъ.

Затѣмъ опытъ былъ нѣсколько видоизмѣненъ: вторая пластинка β была уединена отъ проволоки и соединена съ трубкой, изображенной на чертежѣ (фиг. 44) пунктиромъ, которая охватывала проволоку, проходившую черезъ отверстіе пластинки, на пространствѣ 1,5 м.; свободный конецъ трубки δ былъ металлически соединенъ съ проволокой*). При такомъ расположеніи опыта прорывъ съ прилегающими частями внутренней проволоки находится, какъ и раньше, въ металлически закрытомъ пространствѣ и искръ въ немъ не замѣчается. Но здѣсь можно было уменьшать толщину стѣнокъ трубки γδ и опредѣлить предѣльную толщину, при которой дѣйствіе быстро мѣняющейся электрической силы успѣетъ распространится внутрь и произвести электрическія перемѣщенія во внутренней проволокѣ, что будетъ замѣтно по появленію искръ въ прорывѣ.

*) Наглухо закрыть кружкомъ станіоля, соединеннымъ съ проволокой.

Оказалось, что даже весьма тонкія трубки изъ станіоля и сусальнаго золота слишкомъ толсты для этого. Только слой серебра, нанесенный химическимъ путемъ на стекляной трубкѣ и имѣвшій не болѣе 0,01 мм. толщины *), оказался достаточно тонкимъ, ибо при замѣнѣ такой трубкой—металлическихъ въ прорывѣ появлялись искры.

Представимъ себѣ, что діаметръ этого цилиндрическаго слоя уменьшается, и наконецъ слой налегаетъ на проволоку, другими словами, дѣлается поверхностнымъ слоемъ ея; при этомъ, очевидно, условія опыта нисколько не измѣнились бы, и мы можемъ сказать, что при тѣхъ быстрыхъ колебаніяхъ электрической силы, которыя имѣютъ мѣсто въ описанныхъ опытахъ, дѣйствіе ея успѣваетъ проникнуть на весьма небольшую глубину и производитъ электрическія перемѣщенія въ столь тонкомъ слоѣ, что онъ является прозрачнымъ для свѣтовыхъ лучей. А вмѣсто того чтобы говорить, что волны электрической силы распространяются въ проволокѣ, лучше сказать, что онѣ *скользятъ по проволокѣ*.

Что касается всего явленія, то оно представляется въ слѣдующемъ видѣ: волны электрической силы дойдя до пластинки А (фиг. 44), скользятъ по ея поверхности, затѣмъ по проволокѣ до α; не успѣвая проникнуть черезъ α, онѣ скользятъ по наружнымъ 24 проволокамъ, по поверхности β, по трубкѣ $\gamma\delta$ и дальше по проволокѣ. Если толщина стѣнокъ $\gamma\delta$ достаточно мала, то онѣ успѣваютъ проникнуть черезъ стѣнки и произвести перемѣщенія во внутренней проволокѣ, выражающіяся появленіемъ искры въ прорывѣ.

Представимъ теперь, что станіоль, закрывающій отверстіе δ, удаленъ, а конецъ трубки соединенъ съ проволокой помощью куска тонкой проволоки. Если наше представленіе о распространеніи волнъ справедливо, то мы должны ожидать слѣдующаго: до конца δ волны будутъ скользитъ, какъ и раньше, но перейдя на проволоку должны раздѣлится на двѣ части—одна пойдетъ, какъ и раньше (на чертежѣ вправо), другая пойдетъ по проволокѣ внутрь къ прорыву и возбудитъ въ поверхностномъ слоѣ внутренней проволокѣ электрическія колебанія, которыя дадутъ въ прорывѣ искры. Это дѣйствительно и наблюдалъ Герцъ.

Чтобы убѣдиться, что дѣйствительно волны идутъ отъ δ къ α, онъ устроилъ въ проволокѣ между В и δ второй прорывъ С. При движеніи волнъ во внутренней проволокѣ отъ δ къ α, увеличивая прорывъ В, мы не уменьшаемъ возможности появленія искръ въ С; напротивъ, увеличивая прорывъ С до исчезновенія въ немъ искръ, мы тѣмъ самымъ уничтожаемъ возможность появленія ихъ въ В, какъ бы послѣдній ни былъ малъ.

При движеніи волнъ отъ α къ δ—наоборотъ. Оказалось, что имѣетъ мѣсто 1-ое, слѣдовательно наше представленіе о распространеніи волнъ справедливо.

Чтобы дать еще подтвержденіе справедливости высказаннаго взгляда на явленіе, Герцъ произвелъ слѣдующій опытъ: разстояніе между пластинками α и β было увеличено до 5 м., а діаметръ пластинокъ до 30 цм., между ними было натянуто, какъ и прежде, 24 проволоки, прорывъ во внутренней проволокѣ былъ уничтоженъ; отъ пластинки β шла, какъ

*) Этотъ слой былъ совершенно прозраченъ.

раньше, трубка, которая въ δ была соединена кускомъ проволоки со внутренней проволокой. Если волна распространяется отъ δ къ a, то, отражаясь отъ a, она должна дать стоящія волны, узлы которыхъ должны быть у a, на разстояніи 3 м. отъ a и т. д., а припухлости между ними. Вводя электрическій резонаторъ въ пространство между пластинками и наружными проволоками, Герцъ дѣйствительно нашелъ узлы и припухлости волнъ въ указанныхъ мѣстахъ внутренней проволоки. Когда затѣмъ въ пластинкѣ a было вырѣзано отверстіе въ нѣсколько сентиметровъ, то слѣдовало ожидать отраженія волны съ обратнымъ знакомъ, т. е. у a припухлости, на разстояніи 1,5 м. узла и т. д., что вполнѣ и подтвердилось на опытѣ.

Этими опытами весьма достаточно подтверждается справедливость воззрѣнія Heaviside'a и Pointing'a, основанныхъ на теоріи Maxwell'я, на способъ распространенія волнъ электрической силы, обусловливающей электрическія перемѣщенія въ проводникахъ. *I. Косоноговъ.*

(Окончаніе слѣдуетъ).

НАУЧНАЯ ХРОНИКА.

Усовершенствованіе фонограммъ по проекту кн. А. Гагарина *). Въ засѣданіи Мех. Отд. Имп. Р. Техн. Общ. (въ Спб.) 22-го декабря 1890 г. кн. А. Гагаринъ сдѣлалъ сообщеніе о способахъ, которыми можно достигнуть въ фонографахъ неискажаемости рѣчи, закрѣпленія фонограммъ и болѣе громкаго воспроизведенія ими рѣчей, по сравненію со сказанными въ фонографъ. Сущность предложеннаго въ этомъ сообщеніи проекта, никѣмъ еще, повидимому, не приведеннаго въ исполненіе, заключается въ слѣдующемъ.

Въ 1878 г. въ журналѣ „The american journal of science and arts" Блэкъ помѣстилъ описаніе пріема и прибора для фотографированія колебаній звуко-чувствительной пластинки, вызываемыхъ человѣческою рѣчью **); стальной штифтикъ (проволока), прикрѣпленный къ центру вибрирующей пластинки, передаетъ ея колебанія маленькому стальному зеркалу, отъ котораго отражающійся пучекъ свѣта падаетъ на равномѣрно перемѣщающуюся полосу свѣточувствительной бумаги; послѣ фиксированія, на полосѣ получается фото-фонограмма рѣчи въ видѣ зикзага. Такую фотофонограмму кн. Гагаринъ предлагаетъ превратить посредствомъ свѣтокопіи (или—какъ замѣтилъ въ засѣданіи В. И. Срезневскій—непосредственно по способу Варнерке) въ выпуклый барельефъ; если затѣмъ ленту съ такою выпуклою кривою обрѣзать такъ, чтобы эта кривая находилась возлѣ края и свернуть въ плоскую спираль, то получится цилиндръ, на одномъ основаніи котораго образуется спиральный желобокъ съ волнообразнымъ дномъ, въ родѣ такого, какой чертитъ остріе обыкновеннаго фонографа на оловянной бумагѣ, напр. въ плоскомъ фонографѣ Кросса (гдѣ фонограммы получаются не на поверхности вращающа-

---

*) См. „Зап. Имп. Русск. Техн. Общ." 1891, Апрѣль, стр. 48—58.

**) См. тамъ-же русскій переводъ статьи Блэка и рисунокъ его прибора.

гося цилиндра—какъ у Эдисона—, а на плоскости въ формѣ спирали). Съ такого основанія цилиндра можно снять гальванопластически стальной оттискъ, и такимъ образомъ получилась бы прочная металлическая фонограмма, которая, вложенная въ соотвѣтственно устроенный плоскій фонографъ, позволила бы—по мнѣнію кн. Гагарина—услышать громко и отчетливо произнесеннымъ все то, что было скакано передъ пластинкой фотофонографа Блэка.

Было бы интереснымъ, конечно, выполнить все это на самомъ дѣлѣ и такъ полученную фонограмму подвергнуть опытному испытанію, но врядъ ли отъ такого пріема (слишкомъ сложнаго на практикѣ) можно ожидать хорошихъ результатовъ. Авторъ проекта говоритъ, что „условія, въ которыхъ совершенно свободно (?) колеблется штифтъ въ приборѣ Блэка, не заставляютъ его производить тяжелой работы изготовленія волнистаго дна канавки, а потому кривая Блэка, соотвѣтствуя дну канавки, отличается отъ нея полною естественностью (?). Такимъ образомъ я думаю устранить главную причину искаженія рѣчи фонографомъ". Съ этимъ трудно согласиться, и преимущество *естественности* во всякомъ случаѣ скорѣе принадлежитъ канавкѣ Эдисона, чѣмъ фотографической кривой Блэка, полученной *искусственной* замѣной вибрацій пластинки качаніями въ ту и другую сторону зеркальца; притомъ, какъ бы ни была мала масса этого зеркальца, соединенная съ нимъ проволочкой пластинка не можетъ вибрировать „совершенно свободно". Отсюда—потеря чувствительности. Самъ Блэкъ говоритъ, что когда зеркальце было соединено съ пластинкою воспринимающаго телефона и была снята фотографія пока „приборъ говорилъ слышно", то полученная кривая оказалась почти прямой линіей и давала лишь самыя слабыя указанія на то, что зеркальце двигалось. „Отсюда—говоритъ Блэкъ—слѣдуетъ, что есть ясно слышные элементы рѣчи, сопровождающіеся столь мелкими зазубринами волнъ, что ихъ этимъ способомъ записать нельзя".—Не должно, наконецъ, упускать изъ виду и того важнаго обстоятельства, что свободный конецъ штифтика, прикрѣпленнаго къ вибирирующей пластинкѣ фонографа, описываетъ въ пространствѣ такую кривую, которая не лежитъ въ одной плоскости, а потому никакая *плоская* кривая, какимъ бы пріемомъ она ни была получена, не можетъ въ точности изобразить всѣхъ углубленій и извилинъ такого закзага, какой этотъ конецъ выдавливаетъ, напримѣръ, на гладкой поверхности воска. Слѣдовательно à priori можно сказать, что и фонограмма, приготовленная по проекту кн. Гагарина, не воспроизведетъ всѣхъ звуковыхъ колебаній человѣческой рѣчи. *Ш.*

♦ **Впечатлѣніе рельефности туманныхъ картинъ** *). Въ засѣданіи Моск. Отд. Имп. Р. Техн. Общ. 11-го февраля тек. года В. Г. Фонъ-Бооль сдѣлалъ интересное сообщеніе о способѣ полученія на экранѣ стереоскопическихъ изображеній при помощи волшебнаго фонаря. Этотъ способъ, придуманный покойнымъ французскимъ физикомъ Д'Альмейда и выведенный изъ забвенія въ прошломъ году Мольтени, состоитъ въ слѣдующемъ.

*) См. „Записки Моск. Отд. Имп. Р. Техн. Общ." 1891, вып. 1 и 2, стр. 52—55.

Два (прозрачныя) изображенія одного и того-же предмета или ландшафта, приготовленныя какъ для стереоскопа, при помощи двухъ одинаковыхъ волшебныхъ фонарей проектируются на общемъ экранѣ такъ, чтобы они совпадали по возможности. При этомъ, по причинѣ не полной тождественности обоихъ рисунковъ, на экранѣ получается туманное изображеніе. Но если при помощи цвѣтныхъ стеколъ окрасимъ оба изображенія въ дополнительные цвѣта, напр. когда передъ однимъ фонаремъ помѣстимъ зеленое стекло, а передъ другимъ—красное, и если сами надѣнемъ очки изъ стеколъ тѣхъ-же самыхъ дополнительныхъ цвѣтовъ, то, смотря сквозь такія очки на экранъ, получимъ такое же впечатлѣніе рельефности изображенія, какъ и въ стереоскопѣ. Причина—понятна: если напр. изображеніе, предназначенное для лѣваго глаза, окрашено въ зеленый цвѣтъ, то, смотря на него лѣвымъ глазомъ сквозь зеленое стекло, мы будемъ его видѣть отчетливо, между тѣмъ какъ правый глазъ, смотрящій сквозь красное стекло, этого изображенія не увидитъ вовсе; точно также и наоборотъ: красное изображеніе, предназначенное для праваго глаза, будетъ воспринято только этимъ глазомъ и останется невидимымъ для лѣваго.

Это остроумное рѣшеніе вопроса не такъ легко однакожъ достижимо на практикѣ: опыты полученія такимъ путемъ рельефныхъ изображеній на экранѣ, произведенные недавно при Московскомъ Политехническомъ Музеѣ гг. Фонъ-Бoолемъ и Репманомъ, убѣдили ихъ, что вся трудность заключается въ пріисканіи такихъ стеколъ, цвѣта которыхъ были бы дополнительными въ строгомъ значеніи этого слова; если это условіе не выполнено въ точности, то одинъ глазъ получаетъ нѣкоторые лучи и отъ второго, не для него предназначеннаго изображенія, и иллюзія рельефности получается не полная. Въ виду этого затрудненія, которое въ особенности относится къ подобранію зеленаго стекла, г. Репманъ пытается замѣнить цвѣтныя стекла обыкновенными, но покрытыми окрашеннымъ слоемъ желатина или коллодіума. Результаты этихъ попытокъ еще не были опубликованы. *Ш.*

♦ **Магнитные спектры на поверхности воды** можно получить, пользуясь свойствами капиллярности. Всякому извѣстно, что сухую, не смоченную еще стальную иголку можно помѣстить на поверхности воды такъ, что она не тонетъ; то же самое удается и съ опилками желѣзными или стальными. Приблизивъ тогда подковообразный магнитъ къ плавающимъ опилкамъ такъ чтобы полюсы его находились надъ поверхностью воды, замѣтимъ какъ опилки расположатся вдоль линій магнитныхъ силъ и образуютъ красивый узоръ спектра. Послѣ удаленія магнита вся эта система опилокъ, слегка намагниченная, сама собою расположится въ плоскости магнитнаго меридіана. *Ш.*

ПЕРЛЫ УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ.

Руководство къ физикѣ. Въ объемѣ курса среднихъ учебныхъ заведеній. Сообразно съ новѣйшими изысканіями составилъ *В. Полкотыцкій*, Преподаватель Варшавской 4-ой гимназіи. Рекомендовано въ качествѣ руководства къ физикѣ

ученымъ комитетомъ М. Н. П. и учебнымъ комитетомъ при Св. Синодѣ. Изданіе 2-ое исправленное и дополненное. Варшава, 1884.

Приведенное заглавіе книги можетъ ввести въ заблужденіе неопытнаго читателя. Съ одной стороны можетъ показаться соблазнительнымъ, что элементарное руководство составлено по новѣйшимъ изысканіямъ; съ другой стороны рекомендація такого компетентнаго учрежденія, какъ ученый комитетъ М. Н. П., стоящаго на стражѣ интересовъ педагогическаго дѣла, покажется иному читателю достаточною гарантіею въ томъ, что книга г. Полкотыцкаго дѣйствительно можетъ его руководить при изученіи предмета.

Желающему пользоваться книгою г. Полкотыцкаго слѣдуетъ сперва познакомиться съ рецензіями на нее, появившимися въ Журналѣ Министерства Народнаго Просвѣщенія, въ которыхъ она рѣшительно осуждается *). Свои рецензіи неизвѣстный авторъ заканчиваетъ слѣдующими сильными словами: „Книги вредныя запрещаютъ. Нельзя не выразить самаго искренняго сожалѣнія, что книга г. Полкотыцкаго запрещена быть не можетъ, хотя она, несомнѣнно, должна быть причислена къ книгамъ крайне вреднымъ".

Въ отвѣтъ на эти рецензіи г. Полкотыцкій напечаталъ на дняхъ „Разборъ рецензій", относящихся къ его сочиненіямъ, въ которыхъ отвергаетъ всѣ упреки рецензента Ж. М. Н. П. Въ заключеніе своего „Разбора" г. Полкотыцкій говоритъ слѣдующее. „Одною изъ основныхъ причинъ настроенія критика является приложеніе къ нашимъ руководствамъ научныхъ основаній, почерпнутыхъ изъ проявленій и преобразованій энергіи въ природѣ. Онъ явно возстаетъ противъ приложенія къ ученію, такъ называемаго, (sic) „послѣдняго слова науки" и взамѣнъ совѣтуетъ (sic): указывать учащимся на нѣсколько одновременныхъ гипотезъ и на трудность выбора между ними"...... „Такая приверженность нашего критика къ закоснѣлой рутинѣ вѣроятно вытекаетъ изъ его поверхностныхъ познаній по физикѣ. Ему не извѣстны ни свойства міроваго эфира, ни свойства газовъ"....... „Мы постоянно слѣдимъ за развитіемъ науки и стараемся исправлять и дополнять добытыя результаты во всякомъ новомъ изданіи".

Непосвѣщенному читателю, которому попадется подъ руки одинъ только „Разборъ", можетъ показаться, что рецензентъ Ж. М. Н. П. напрасно нападаетъ на г. Полкотыцкаго и что онъ, „воспользовавшись своимъ авторитетнымъ положеніемъ", строитъ ему козни съ единственною цѣлію „затормозить его книгамъ доступъ въ учебныя заведенія", гдѣ онѣ, „на основаніи одобренія" ученаго комитета М. Н. П. и учебнаго комитета при Св. Синодѣ, стали было „послѣдовательно пріобрѣтать употребительность".

Чтобы вывести читателя „Разбора" изъ заблужденія, я приведу нѣкоторыя мѣста изъ „Руководства" г. Полкотыцкаго, сохраняя и ороографію автора.

Начнемъ съ электричества. Вотъ что говоритъ г. Полкотыцкій о новыхъ электрическихъ единицахъ на стр. 374.

„Вскорѣ мы увидимъ, что электрическій токъ можетъ производить механическую работу и наоборотъ всякая механическая работа можетъ быть преобразована въ электрическій токъ. Такъ какъ за единицу мѣры механической работы принятъ килограммометръ, то для измѣренія электрическихъ силъ (?) нужно было

*) Журналъ М. Н. П. Ноябрь 1884, Апрѣль 1887 и Декабрь 1890. Эти рецензіи одобрены учен. комитетомъ М. Н. П., какъ то явствуетъ изъ подстрочнаго примѣчанія къ послѣдней рецензіи: „Помѣщаемыя здѣсь рецензіи имѣлись въ виду ученымъ комитетомъ Мин. Нар. Просв."

избрать подобную же единицу мѣры. По рѣшенію конгресса электрологовъ (sic) за основаніе для электрическихъ измѣреній приняты: *сентиметръ*, *граммъ* и *секунда* (C. G. S.) т. е. *сентиметрограммъ* (!!). Поэтому *сентиметрограммъ есть такая сила, которая въ 1″* (?) *поднимаетъ одинъ граммъ на высоту одного сентиметра;* онъ обозначается C. G. S. (!) и наз. *абсолютною* единицею электрическихъ измѣреній" (?!).

Изъ этой тирады, составленной, очевидно, по послѣднему слову науки, мы узнаемъ, что миѳическіе электрологи, собравшись въ 1881 г. на конгрессъ, изобрѣли сентиметрограммъ (конгрессъ, какъ извѣстно, отмѣтилъ сентиметрограммъ какъ единицу работы) въ качествѣ миѳической единицы электрическихъ измѣреній.

На выписанное мѣсто было обращено вниманіе рецензента Ж. М. Н. П. По этому поводу г. Полкотыцкій въ своемъ „Разборѣ" говоритъ (стр. 8): „Критикъ утверждаетъ, что объясненіе новыхъ единицъ представляетъ чрезвычайныя трудности и почти не мыслимо въ средн. уч. заведеніяхъ. Все, что мы объ этомъ говоримъ на стр. 374, онъ называетъ множествомъ несообразностей по поводу, какъ мы догадываемся, случайной ошибки, сдѣланной нами и состоящей въ томъ, что сантиметрограммъ названъ *силой*, вмѣсто *работой*".

Г. Полкотыцкій догадывается невѣрно, ибо сантиметрограммъ или сентиметрограммъ (авторъ употребляетъ обѣ орѳографіи) не единица работы въ той системѣ, которую онъ излагаетъ. Кромѣ того, *догадываясь* и подсовывая работу вмѣсто силы, г. Полкотыцкій кривитъ душою. Развѣ предыдущее изложеніе станетъ вѣрнѣе, если вмѣсто „силы" мы скажемъ „работа"? Вѣдь это одно и тоже! Правда, по мнѣнію г. Полкотыцкаго работа вообще лучше силы, но въ сущности между работою и силою нѣтъ никакой разницы!

Чтобы читатель не подумалъ, что я брежу, спѣшу привести выписку со стр. 244 книги г. Полкотыцкаго.

„Пока пріймемся за рѣшеніе этого вопроса (какую работу можетъ совершать всякая (sic) единица теплоты?) посмотримъ сначала, (sic) какъ измѣряются механическія силы. Самою точною мѣрою всякой механической силы служитъ величина совершаемой ею работы; поэтому весьма часто вмѣсто выраженія *механическая сила* употребляется выраженіе *механическая работа* (?!), которая, какъ продуктъ силы, является ея настоящею мѣрою (!) и, какъ такая, разсматривается во всѣхъ практическихъ случаяхъ (!). Понятіе *сила* имѣетъ значеніе отвлеченное, понятіе *работа* становится вещественнымъ и соизмѣримымъ (!); такимъ образомъ мы имѣемъ возможность отвлеченныя понятія переводить въ вещественныя (!) и измѣрять ихъ самымъ точнымъ образомъ (?). Такъ какъ механическая работа состоитъ обыкновенно въ движеніи извѣстныхъ тяжестей, то поэтому *ея величина измѣряется не только вѣсомъ движимой тяжести, но и пространствомъ, проходимымъ въ единицу времени* (!)...... Вообще *величина* **механической силы или работы** *выражается произведеніемъ вѣса на пространство, проходимое имъ въ одну секунду*".

Изъ послѣднихъ строкъ ясно, что сила и работа измѣряются одинаково, а потому эти величины однородны; слѣдовательно замѣна одной другою ничего не измѣняетъ.

Нужно-ли прибавлять что нибудь къ приведенной выпискѣ? Пожалѣемъ только о томъ, что г. Полкотыцкій, усердно гоняясь за *послѣдними словами* науки, не усвоилъ себѣ ея *первыхъ словъ*.

Въ механическомъ отдѣлѣ встрѣчается еще курьезъ, это выводъ Ньютоновскаго закона квадратовъ разстояній (excusez du peu). Вотъ онъ (стр. 36):

„Чтобы доказать справедливость этого закона, положимъ, что въ точкѣ А

находится матеріальное тѣло: оно производитъ притяженіе по всѣмъ направленіямъ, слѣдовательно оно находится въ центрѣ шаровыхъ поверхностей, до которыхъ по направленіямъ радіусовъ распространяются его притяженія (!?). Означимъ двѣ такія поверхности чрезъ c и С, а притяженія на нихъ чрезъ F и f; очевидно (?), количество притяженія (?) на поверхностяхъ c и С одинаково (!?); но эти поверхности растутъ какъ квадраты радіусовъ,—слѣдовательно притяженія на нихъ уменьшаются въ томъ же отношеніи, т. е. $F:f=R^2:r^2$“ (?!?).

Двѣсти лѣтъ законъ квадратовъ разстояній принимается какъ геніальная догадка Ньютона, но г. Полкотыцкій „не приверженецъ закоснѣлой рутины“, онъ идетъ дальше своего вѣка и даетъ доказательство этого закона; доказательство это можетъ быть было бы прекраснымъ, если бы г. Полкотыцкій не забылъ дать опредѣленіе того, что онъ разумѣетъ подъ *количествомъ притяженія*, и доказалъ равенство этихъ количествъ на обѣихъ сферахъ; но такъ какъ г. Полкотыцкій не представилъ ни того, ни другого, то онъ доказалъ лишь свою совершенную неспособность различать гипотезу отъ выводимыхъ изъ нея слѣдствій.

На сколько можно догадываться по туманнымъ выраженіямъ г. Полкотыцкаго, онъ, какъ и всѣ добрые люди, принялъ законъ Ньютона извѣстнымъ и притяженія на сферахъ положилъ

$$F=\frac{A}{R^2},\quad f=\frac{A}{r^2},$$

затѣмъ умножилъ ихъ на соотвѣтствующія поверхности сферъ:

$$FS=A\frac{4\pi R^2}{R^2},\quad fs=A\frac{4\pi r^2}{r^2};$$

эти „количества притяженій“ оказываются дѣйствительно равными, такъ что

$$F:f=s:S=r^2:R^2.$$

Переходъ тѣла изъ жидкаго состоянія въ газообразное г. Полкотыцкій описываетъ яркими красками и съ такими подробностями, которыя ему одному удалось подсмотрѣть. Вотъ что онъ пишетъ на стр. 40.

„Внутри жидкой массы движеніе всякой частицы стѣснено со всѣхъ сторонъ окружающими, но на поверхности частицы притягиваются сосѣдними только съ нижней стороны; съ верхней же стороны онѣ находятся въ свободномъ состояніи (?) и потому постепенно испаряются, т. е. превращаются въ газообразное состояніе. Чтобы видѣть (?!) движеніе частицъ въ этомъ новомъ состояніи, внесемъ въ комнату открытый сосудъ съ нагрѣтою водою. Немедленно замѣтимъ испареніе воды: ея частицы въ большемъ (sic) количествѣ (sic) отдѣляются отъ поверхности, образуютъ небольшой туманъ, подымающійся все выше и выше, наконецъ исчезаютъ (кто? частицы?). Это любопытное зрѣлище представляется необыкновенно поучительнымъ (!),—всякая частица, отдѣляясь отъ воды и являясь наглядно замѣтною (sic) въ туманѣ, представляетъ группу молекулей; эта группа распадается на части, наконецъ на отдѣльныя молекулы и совершенно исчезаетъ передъ глазами, расходясь въ воздухѣ въ видѣ совершенно чистаго, весьма тонкаго и незамѣтнаго газа, называемаго водянымъ паромъ. Сначала молекулярныя группы движутся медленно, какъ вьючныя лошади (!?); потомъ постепенно облегчаются и ускоряютъ свой ходъ; наконецъ летятъ, какъ самые быстрые рысаки“ (!?).

Рецензентъ Ж. М. Н. П. упрекаетъ за это мѣсто г. Полкотыцкаго; послѣднiй полагаетъ, что вся его вина заключается въ сравненiи. Не забудемъ, что это пишется въ гимназическомъ учебникѣ т. е. въ книгѣ, предназначенной для такого читателя, который если чего нибудь не пойметъ, то старается запомнить, принимая на вѣру каждое слово учебника; не видавши никогда движенiя частицъ тумана или пара, онъ подумаетъ, что г. Полкотыцкiй одаренъ хорошимъ зрѣнiемъ и видѣлъ все то, что онъ описалъ; не будучи иппологомъ, онъ подумаетъ, что г. Полкотыцкiй глубокiй знатокъ въ породахъ лошадей. Молодость довѣрчива! но хорошо-ли пользоваться ея легковѣрiемъ?

Но спѣшу окончить и сдѣлаю послѣднюю выписку (стр. 489).

„Мы видѣли, чо причина преломленiя свѣта зависитъ отъ неодинаковой плотности эфира въ различныхъ средахъ. Теперь мы видимъ, что цвѣтные лучи преломляются неодинаково. Отъ чего же это происходитъ? Чтобы отвѣтить на этотъ вопросъ, вспомнимъ, что свѣтъ есть движенiе эфирныхъ волнъ, совершающихъ весьма быстрыя колебанiя,—эти колебанiя, сообщаясь болѣе плотному эфиру, уменьшаютъ свою амплитуду (sic), т. е. свои размахи, и такимъ образомъ уменьшаютъ длину всякой волны (!?!); слѣдовательно волны, получая меньшiй объемъ (?!), отклюняются встрѣченнымъ сопротивленiемъ отъ первоначальнаго направленiя и такимъ образомъ обнаруживаютъ (sic) преломленiе свѣта. Поэтому наибольше (sic) должны преломляться тѣ лучи свѣта, которые производятся наибольшимъ (sic) числомъ эфирныхъ колебанiй. ....“ и т. д.

Не знаю какъ другой кто, а я не могу достаточно налюбоваться всею этою тирадою: какая логичность разсужденiя и сила аргументацiи, какая краткость и ясность изложенiя! Всѣ попытки, сдѣланныя разными учеными для разрѣшенiя труднаго вопроса о дисперсiи, столь сложны и неудовлетворительны, что не находятъ мѣста въ обыкновенныхъ учебникахъ; а между тѣмъ г. Полкотыцкому удалось разрѣшить этотъ вопросъ двумя строчками и это, конечно, потому что онъ не „обладаетъ поверхностными познанiями по физикѣ“. Какъ жаль, что г. Полкотыцкiй не жилъ до Френеля, Коши и др.; онъ своими простыми рѣшенiями трудныхъ вопросовъ избавилъ бы ихъ отъ головоломной работы надъ многими задачами!

П. Зиловъ (Варшава).

ЗАДАЧИ.

№ 208. Ромбъ, дiагонали котораго равны 2,4 цм. и 1 цм., вращается около оси, проходящей черезъ вершину остраго угла перпендикулярно бо̀льшей его дiагонами. Оредѣлить объемъ и поверхность происходящаго при такомъ вращенiи тѣла. (Заимств.) *Ш.*

№ 209. Рѣшить уравненiе

$$\sqrt[3]{(1+x)^2}-\sqrt[3]{(1-x)^2}=\sqrt[3]{1-x^2}.$$

I. Каменскiй (Пермь).

№ 210. Показать, что если

$$(1+\mathrm{Cos}\alpha\mathrm{Cos}\beta)(1-\mathrm{Cos}\alpha\mathrm{Cos}\gamma)=1-\mathrm{Cos}^2\alpha,$$

то

$$tg^{\beta}/_2=\frac{tg^{\gamma}/_2}{tg^{\alpha}/_2}.$$

И. Вонсикъ (Воронежъ).

№ 211. Даны двѣ окружности, пересѣкающіяся въ точкѣ B. Черезъ эту точку проведены сѣкущія ABC и A′BC′, пересѣкающія одну изъ окружностей въ точкахъ A и A′, а другую—въ C и C′. Найти геометрическое мѣсто пересѣченія прямыхъ AA′ и CC′.

П. Свѣшниковъ (Троицкъ).

№ 212. Данъ треугольникъ ABC. Черезъ неподвижную точку D, взятую на одной изъ его сторонъ, напр. на AC, проводимъ перемѣнную сѣкущую A′DC′, пересѣкающую стороны въ точкахъ A′ и C′. Около треугольниковъ ADA′ и CDC′ описываемъ окружности. Требуется найти геометрическое мѣсто второй точки пересѣченія этихъ окружностей.

П. Свѣшниковъ (Троицкъ).

РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

№ 45 (2-ой серіи). Черезъ точку M, взятую внутри шара радіуса r на разстояніи d отъ его центра O, проведены три ваимно перпендикулярныя плоскости. Требуется опредѣлить сумму площадей круговъ, полученныхъ въ пересѣченіи шара этими плоскостями.

Пусть черезъ M проходятъ плоскости P, Q и S ($P\perp Q$, $P\perp S$ и $Q\perp S$), разстояніе которыхъ отъ центра O будутъ соотвѣтственно x, y и z. Тогда, очевидно, что

$$x^2+y^2+z^2=d^2.$$

Квадраты радіусовъ круговъ, полученныхъ въ пересѣченіи шара плоскостями P, Q и S, будутъ, соотвѣтственно:

$$r^2-x^2,\quad r^2-y^2 \quad \text{и} \quad r^2-z^2.$$

Сумма площадей круговъ:

$$\pi(r^2-x^2)+\pi(r^2-y^2)+\pi(r^2-z^2)$$

или

$$\pi(3r^2-d^2).$$

Условіе возможности задачи:

$$d\leqq r\sqrt{3}.$$

Учен. Троицк. г. (7) *П. Θ.*

№ 47 (2-ой серіи). Исключить α изъ уравненій:

$$bx\text{Sin}3\alpha=r^2\text{Sin}\alpha$$

$$by\text{Sin}3\alpha=r^2\text{Cos}\alpha.$$

Раздѣливъ первое уравненіе на второе, найдемъ, что

$$\frac{x}{y}=\operatorname{tg}\alpha,$$

откуда

$$\operatorname{Sin}\alpha=\frac{\pm x}{\sqrt{x^2+y^2}},\quad \operatorname{Cos}\alpha=\frac{\pm y}{\sqrt{x^2+y^2}},$$

Возвысимъ теперь оба данныя уравненія въ квадратъ и сложимъ результаты почленно, тогда

$$\operatorname{Sin}^2 3\alpha=\frac{r^4}{b^2(x^2+y^2)}$$

или

$$\operatorname{Sin}^2\alpha(3\operatorname{Cos}^2\alpha-\operatorname{Sin}^2\alpha)^2=\frac{r^4}{b^2(x^2+y^2)};$$

замѣняя здѣсь $\operatorname{Sin}\alpha$ и $\operatorname{Cos}\alpha$ ихъ величинами, получимъ, наконецъ, такое выраженіе:

$$\frac{x(3y^2-x^2)}{x^2+y^2}=\pm\frac{r^2}{b},$$

не содержащее уже α.

И. Вонсикъ (Ворон.). Учен.: Курск. г. (8) *И. Ф.*, Курск. р. уч. (6) *Л. К.* Кремэнч. р. уч. (7) *А. Д.* и *I. Т.*, Тверск. р. уч. (6) *Н. А.*

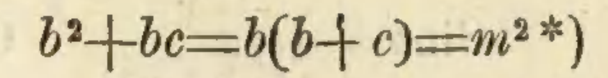
№ 63 (2-ой серіи). Даны три точки: А—вершина треугольника, М—средина основанія и Н—точка пересѣченія трехъ высотъ; построить по этимъ даннымъ треугольникъ.

Изъ точки М проводимъ прямую перпендикулярную къ АН и другую прямую параллельную АН. На второй прямой откладываемъ отрѣзокъ $MO=\frac{1}{2}AH$. Точка О будетъ центромъ описанной окружности около искомаго △-ка. Точки пересѣченія этой окружности съ первой прямой будутъ вершинами искомаго треугольника.

П. Свѣшниковъ (Троицкъ). Ученица Курск. г. *В. Россовская*; ученики: Курск. г. (5) *К. Щ.*, (7) *Л. Л.*, (8) *И. Ф.*, Курск. р. уч. (6) *Л. К.*, Тифл. 2-ой г. (7) *М. А.*, Кременч. р. уч. (7) *А. Д.* и *I. Т.*

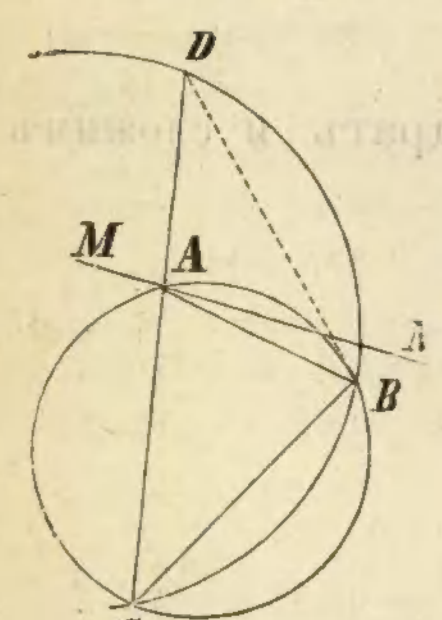
№ 492. Построить треугольникъ по основанію, углу противъ основанія и суммѣ площадей: квадрата, построеннаго на другой сторонѣ и прямоугольника, построеннаго на этой сторонѣ и на третьей.

На данной прямой ВС строимъ дуги, вмѣщающія углы А и $\frac{A}{2}$. Затѣмъ, принимая точку С (фиг. 43) за начало, строимъ фигуру, обратную окружности BCDB, по модулю



$$b^2+bc=b(b+c)=m^2\text{*)}$$

Фиг. 43.



т. е. радіусомъ$=m$ изъ точки С пересѣчемъ бо́льшую окружность и, соединивъ прямою точки пересѣченія, получимъ хорду MN, которая въ пересѣченіи съ меньшею окружностью дастъ 3-ю вершину искомаго треугольника. Въ самомъ дѣлѣ, пусть MN пересѣкаетъ окружность BCAB въ точкѣ А; проведемъ прямыя CAD, DB и BA; имѣемъ

$$\angle ABD=\angle ADB=\frac{A}{2},$$

вслѣдствіе чего AD=AB. Далѣе, свойства окружности BCDB и прямой MN даютъ: $CA.CD=m^2$ или $CA(CA+AD)=m^2$, или, наконецъ $b(b+c)=m^2$. Итакъ треугольникъ АВС удовлетворяетъ даннымъ условіямъ. Задача допускаетъ два рѣшенія, одно, или совсѣмъ не имѣетъ рѣшеній, такъ какъ вершина А опредѣляется пересѣченіемъ прямой съ окружностью.

С. Блажко (Мск.), *Н. Волковъ* (Спб.).

№ 544. Построить параллелограмъ возможно малаго периметра такъ, чтобы одна его вершина лежала на данной прямой, а двѣ смежныя съ нею вершины—въ двухъ данныхъ внѣ прямой и по одну ея сторону точкахъ.

Пусть данная прямая будетъ АВ, а С и D двѣ точки внѣ ея. Изъ С опустимъ перпендикуляръ СМ на АВ и продолжаемъ его такъ чтобы $MC_1=MC$. Тогда соединяемъ C_1 и D, а точку K пересѣченія C_1D и АВ соединяемъ съ С. Проведя теперь изъ С и D прямыя CF ‖ DK и DF ‖ CK, получимъ искомый параллелограмъ.

А. Кочанъ и *И. Вонсикъ* (Ворон.). Уч. Ворон. к. к. (7) *Г. У.* и *Н. В.*

*) См. статью „Обратныя фигуры“ въ №№ 13, 15 „Вѣстника“, сем. II, стр. 6 и 51.

Редакторъ-Издатель **Э. К. Шпачинскій.**

Дозволено цензурою. Кіевъ, 20 Мая 1891 г.
Типо-литографія Высочайше утвержд. Товарищества И. Н. Кушнеревъ и К°.